

Proves d'Accés per a Majors de 25 i 45 anys
Pruebas de Acceso para mayores de 25 y 45 años

Convocatòria:
Convocatoria:

2025

Assignatura: MATEMÀTIQUES
Asignatura: MATEMÁTICAS

OBSERVACIONES: SE RESOLVERÁN SÓLO CUATRO PROBLEMAS. TODOS LOS PROBLEMAS DESARROLLADOS SE EVALUARÁN DE 0 A 10 PUNTOS, EN FUNCIÓN DEL PLANTEAMIENTO, INTERPRETACIÓN, RESOLUCIÓN, DISCUSIÓN, EXPOSICIÓN Y PRESENTACIÓN. LA CALIFICACIÓN FINAL SE OBTENDRÁ DIVIDIENDO ENTRE 4 LA SUMA DE LAS PUNTUACIONES OBTENIDAS.

SE PERMITE LA UTILIZACIÓN DE CUALQUIER TIPO DE CALCULADORA, PROHIBIENDO EL ALMACENAMIENTO EN LA MEMORIA DE INFORMACIÓN SOBRE LOS TEMAS.

PROBLEMA 1. Se dan las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) (Se calificará de 0 a 5 puntos). Calcular $-2A + 3B$ y el producto $A \cdot C$.

b) (Se calificará de 0 a 5 puntos). Obtener los valores x e y tales que $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$.

a.

$$-2A + 3B = -2 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 2 & -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 12 & 0 \\ 6 & 24 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 8 & 18 \end{pmatrix} \rightarrow -2A + 3B = \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 8 & 18 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 & 2 \cdot (-2) + 1 \cdot 0 & 2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \\ -1 \cdot 1 + 3 \cdot 3 & -1 \cdot (-2) + 3 \cdot 0 & -1 \cdot 1 + 3 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 3 \\ 8 & 2 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow A \cdot C = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 3 \\ 8 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

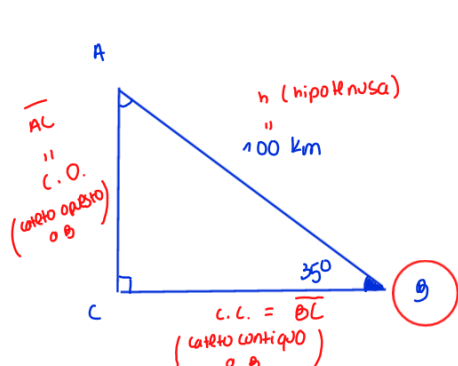
b.

$$A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} 2x + y = 3 \\ (-1)x + 3y = -5 \end{cases} \xrightarrow{\text{MÉTODO DE REDUCCIÓN}} \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 1x - 3y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 2x + y = 3 \\ 1x - 3y = 5 \\ \hline -1x + 4y = -2 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 1x - 3y = 5 \\ -1x + 4y = -2 \\ \hline 7y = 3 \end{array} \rightarrow y = \frac{3}{7}$$

$$1x - 3y = 5 \rightarrow 1x - 3 \cdot \frac{3}{7} = 5 \rightarrow 1x - \frac{9}{7} = 5 \rightarrow 1x = 5 + \frac{9}{7} = \frac{35}{7} + \frac{9}{7} = \frac{44}{7} \rightarrow x = \frac{44}{7}$$

PROBLEMA 2. (Se calificará de 0 a 10 puntos). De acuerdo con el GPS, las ciudades A, B y C son los vértices de un triángulo rectángulo en C. Sabemos que la distancia entre las ciudades A y B es de 100 km y que la carretera que une A con B forma un ángulo de 35° con la carretera que une A con C. Calcular razonadamente la distancia entre las ciudades A y C y entre las ciudades B y C.



$$\sin \theta = \frac{CO}{h} \rightarrow \sin 35^\circ = \frac{AC}{100} \rightarrow 100 \cdot \sin 35^\circ = AC$$

$$\boxed{AC = 57,36 \text{ km}}$$

Para calcular BC tenemos dos opciones, o bien aplicamos el coseno de nuestro ángulo de 35° o bien el Teorema de Pitágoras. Vamos a aplicar el coseno:

$$\cos \theta = \frac{CA}{h} \rightarrow \cos 35^\circ = \frac{BC}{100} \rightarrow 100 \cdot \cos 35^\circ = BC$$

$$\boxed{BC = 81,92 \text{ km}}$$

PROBLEMA 3. Resolver razonadamente los dos apartados siguientes:

a) (Se calificará de 0 a 5 puntos). Calcular $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{x^2+x-2}$.

b) (Se calificará de 0 a 5 puntos). Obtener la derivada de la función: $f(x) = \frac{1}{2}(1 + xe^{-x})^2$.

a. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{x^2+x-2} = \frac{(1-1)^2}{1^2+1-2} = \frac{0}{0} \equiv \text{Indeterminación} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{(x-1)(x+2)} =$

factorizamos el denominador

$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x+2} = \frac{1-1}{1+2} = \frac{0}{2} = 0$

recuerda cambiar los signos

$ax^2+bx+c=0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$x^2+x-2=0 \begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=-2 \end{cases}$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2-4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2}$

$\begin{cases} \frac{-1+3}{2} = \frac{2}{2} = 1 = x \\ \frac{-1-3}{2} = \frac{-4}{2} = -2 = x \end{cases}$

b. Para derivar nuestra función aplicaremos la regla de la cadena y usaremos las siguientes derivadas que debemos recordar

$$y = a \cdot u^n \rightarrow y' = n \cdot a \cdot u^{n-1}$$

$$y = u \cdot v \rightarrow y' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

$$y = e^u \rightarrow y' = e^u \cdot u'$$

$f(x) = \frac{1}{2} (1 + xe^{-x})^2$

$f'(x) = 2 \cdot \frac{1}{2} (1 + xe^{-x})^{2-1} \cdot [0 + 1 \cdot e^{-x} + x \cdot e^{-x} \cdot (-1)] = (1 + xe^{-x}) \cdot (e^{-x} - xe^{-x}) =$

sacamos factor común de e^{-x}

$= e^{-x} (1 + xe^{-x}) (1 - x) \rightarrow \boxed{f'(x) = e^{-x} (1 + xe^{-x}) (1 - x)}$

PROBLEMA 4. Resol raonadament els dos apartats següents:

- a) (Es qualificarà de 0 a 6 punts). Calcula $\int (x-1)(x-2) dx$.
 b) (Es qualificarà de 0 a 4 punts). Troba l'àrea de la regió del pla limitada per la corba $y = (x-1)(x-2)$ i les rectes $y = 0, x = 1, x = 2$.

a. $\int (x-1) \cdot (x-2) dx = \int (x^2 - 3x + 2) dx = \frac{x^{2+1}}{2+1} - 3 \frac{x^{1+1}}{1+1} + 2x + C = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 2x + C$

⊗ $(x-1) \cdot (x-2) = x^2 - 2x - 1x + 2 = x^2 - 3x + 2$

⊗⊗ recordem les integrals immediates: $\int ax dx = ax + C$, $\int ax^n dx = a \cdot \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$

b. veiem qual és el àrea pedida representant gràficament:

$y = (x-1)(x-2) = x^2 - 3x + 2 \rightarrow y = x^2 - 3x + 2$ funció quadràtica

$y = ax^2 + bx + c$
 si $a > 0$ $\cup$ mínim
 si $a < 0$ $\cap$ màxim

Lo representarem localitzant el vèrtex i els punts de corte amb els eixos

Vèrtex $V(x_v, y_v)$, $x_v = -\frac{b}{2a}$, $y_v =$ substituïm en la funció per x_v

Punts de corte

con el eix ox : $y=0$, calculem $x \rightarrow (x, 0)$
 con el eix oy : $x=0$, calculem $y \rightarrow (0, y)$

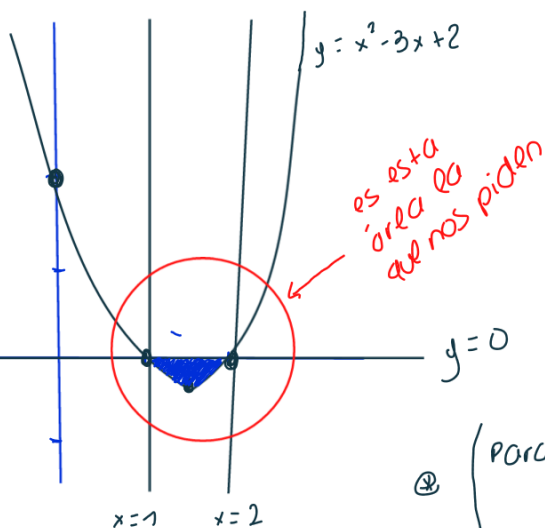
$y = x^2 - 3x + 2$ $\left\{ \begin{array}{l} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 2 \end{array} \right.$

Vèrtex $V(x_v, y_v)$; $x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{-3}{2 \cdot 1} = \frac{3}{2} = 1,5$; $y_v = 1,5^2 - 3 \cdot 1,5 + 2 = -0,25 \rightarrow V(1,5, -0,25)$

Punts de corte
 eix ox : $y=0 \rightarrow 0 = x^2 - 3x + 2$ $x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} = \frac{3 \pm 1}{2}$

$\left\{ \begin{array}{l} \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2 = x \rightarrow (2, 0) \\ \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1 = x \rightarrow (1, 0) \end{array} \right.$

eix oy : $x=0 \rightarrow y = 0^2 - 3 \cdot 0 + 2 = 2 \rightarrow y=2 \rightarrow (0, 2)$



$A = \int_{x=1}^{x=2} (0 - (x^2 - 3x + 2)) dx = \int_{x=1}^{x=2} (-x^2 + 3x - 2) dx$

⊗

$= \left[-\frac{x^{2+1}}{2+1} + 3 \frac{x^{1+1}}{1+1} - 2x \right]_{x=1}^{x=2} = \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} - 2x \right]_{x=1}^{x=2}$

$= \left(-\frac{2^3}{3} + \frac{3 \cdot 2^2}{2} - 2 \cdot 2 \right) - \left(-\frac{1^3}{3} + \frac{3 \cdot 1^2}{2} - 2 \cdot 1 \right) = \left(-\frac{8}{3} + 6 - 4 \right) - \left(-\frac{1}{3} + \frac{3}{2} - 2 \right)$

$= -\frac{2}{3} - \left(-\frac{5}{6} \right) = -\frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{1}{6} \rightarrow A = \frac{1}{6} u^2$

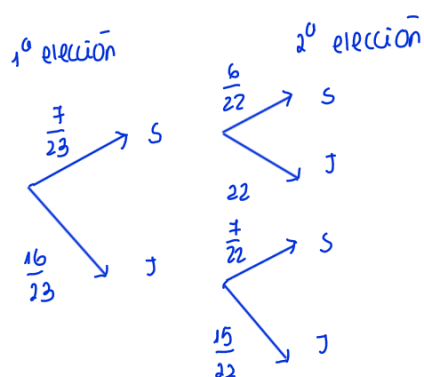
REGLA DE BARROW

⊗ Para calcular el área aplicamos:
 $A = \int_a^b \left(\text{función que va por arriba} - \text{función que va por abajo} \right) dx$

PROBLEMA 5. En un departamento de una empresa del sector de las TIC hay un total de 23 trabajadores, 7 con un nivel de experiencia senior y 16 de nivel junior. Se eligen al azar dos de ellos. Calcular razonadamente:

- (Se calificará de 0 a 3 puntos). La probabilidad de que los dos trabajadores elegidos sean seniors.
- (Se calificará de 0 a 3 puntos). La probabilidad de que los dos trabajadores elegidos sean juniors.
- (Se calificará de 0 a 4 puntos). La probabilidad de que los dos trabajadores elegidos sean de diferente nivel de experiencia.

23 trabajadores
 ↗ 7 senior (S)
 ↘ 16 junior (J)



vamos a representar los posibles resultados de la elección mediante un diagrama de árbol notando que en cada flecha del árbol indico la probabilidad de que el suceso ocurra:

sucesos posibles y su probabilidad

$$\begin{aligned}
 P(S,S) &= \frac{7}{23} \cdot \frac{6}{22} = \frac{42}{506} = \frac{21}{253} \\
 P(S,J) &= \frac{7}{23} \cdot \frac{16}{22} = \frac{112}{506} = \frac{56}{253} \\
 P(J,S) &= \frac{16}{23} \cdot \frac{7}{22} = \frac{112}{506} = \frac{56}{253} \\
 P(J,J) &= \frac{16}{23} \cdot \frac{15}{22} = \frac{240}{506} = \frac{120}{253}
 \end{aligned}$$

a.

$$P(S,S) = \frac{21}{253}$$

b.

$$P(J,J) = \frac{120}{253}$$

c. $P(\text{uno de cada tipo}) = P(S,J) + P(J,S) = \frac{56}{253} + \frac{56}{253} = \frac{112}{253} \rightarrow$

$\rightarrow$

$$P(\text{uno de cada tipo}) = \frac{112}{253}$$