

Pruebas de Acceso para mayores de 25 y 45 años Asignatura: MATEMÁTICAS	Convocatoria: 2026	SU sistema universitari valencià GENERALITAT VALENCIANA Conselleria d'Educació, Cultura i Universitats
--	--	--

OBSERVACIONES: SE RESOLVERÁN SOLO CUATRO PROBLEMAS. TODOS LOS PROBLEMAS DESARROLLADOS SE EVALUARÁN DE 0 A 10 PUNTOS, EN FUNCIÓN DEL PLANTEAMIENTO, INTERPRETACIÓN, RESOLUCIÓN, DISCUSIÓN, EXPOSICIÓN Y PRESENTACIÓN. LA CALIFICACIÓN FINAL SE OBTENDRÁ DIVIDIENDO ENTRE 4 LA SUMA DE LAS PUNTUACIONES OBTENIDAS.

SE PERMITE LA UTILIZACIÓN DE CUALQUIER TIPO DE CALCULADORA, PROHIBIENDO EL ALMACENAMIENTO EN LA MEMORIA DE INFORMACIÓN SOBRE LOS TEMAS.

PROBLEMA 1

a) (Se calificará de 0 a 5 puntos). Transformar en un único logaritmo la expresión

$$\frac{1}{2} \ln(16) + 2 \ln(x-3) - \ln(x).$$

b) (Se calificará de 0 a 5 puntos). Resolver $\frac{1}{2} \ln(16) + 2 \ln(x-3) - \ln(x) = 0$.

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \\ \sqrt[4]{16} = 16^{\frac{1}{4}}$$

veamos, en primer lugar, las propiedades de los logaritmos:

$$\log_a x, a, x > 0$$

$$1. \log_a x + \log_a y = \log_a (x \cdot y)$$

$$2. \log_a x - \log_a y = \log_a \left(\frac{x}{y}\right)$$

$$3. b \cdot \log_a x = \log_a x^b$$

$$4. \log_a a = 1 \quad \log_{10} x = \log_{10} x \quad \text{wando nos indican el base se sobrepone en base 10}$$

$$5. \log_a 1 = 0 \quad \ln x = \log_e x \quad \text{en es una abreviatura de loge x}$$

$$\text{definición de logaritmo: si } \log_a x = b \rightarrow x = a^b$$

$$a. \frac{1}{2} \ln(16) + 2 \ln(x-3) - \ln x$$

$$\ln 16^{\frac{1}{2}} + \ln (x-3)^2 - \ln x$$

$$\ln \sqrt[4]{16} + \ln (x-3)^2 - \ln x$$

$$\ln [4 \cdot (x-3)^2] - \ln x$$

$$\ln \frac{4(x-3)^2}{x}$$

$$b. \frac{1}{2} \ln(16) + 2 \ln(x-3) - \ln x = 0$$

$$\ln \frac{4(x-3)^2}{x} = 0 \rightarrow \log_e \frac{4(x-3)^2}{x} = 0 \rightarrow e^0 = \frac{4(x-3)^2}{x} \rightarrow 1 = \frac{4(x-3)^2}{x}$$

$$\rightarrow x = 4(x-3)^2 \rightarrow x = 4(x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2) \rightarrow x = 4(x^2 - 6x + 9) \rightarrow x = 4x^2 - 24x + 36$$

$$\rightarrow 4x^2 - 24x + 36 - x = 0 \rightarrow 4x^2 - 25x + 36 = 0 \quad \begin{cases} a=4 \\ b=-25 \\ c=36 \end{cases}$$

$$\text{Ecuación de 2º grado completa} \quad \begin{cases} ax^2 + bx + c = 0 \\ x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{cases}$$

$$x = \frac{-(-25) \pm \sqrt{(-25)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 36}}{2 \cdot 4} = \frac{25 \pm \sqrt{625 - 576}}{8} = \frac{25 \pm \sqrt{49}}{8} = \frac{25 \pm 7}{8} \begin{cases} \frac{25+7}{8} = \frac{32}{8} = 4 = x \\ \frac{25-7}{8} = \frac{18}{8} = \frac{9}{4} = x \end{cases}$$

Hemos obtenido dos posibles valores para la x pero recordar que el logaritmo solo esta definido para valores estrictamente mayores que uno. Es por ello que en ecuaciones logarítmicas, una vez calculadas las posibles soluciones, deberemos comprobar que las soluciones hagan el argumento del logaritmo positivo vamos a comprobarlo en nuestro caso

✓ $x = 4$ $\frac{1}{2} \ln 16 + 2 \ln(4-3) - \ln 4 = 0$ luego $x = 4$ es una solución válida

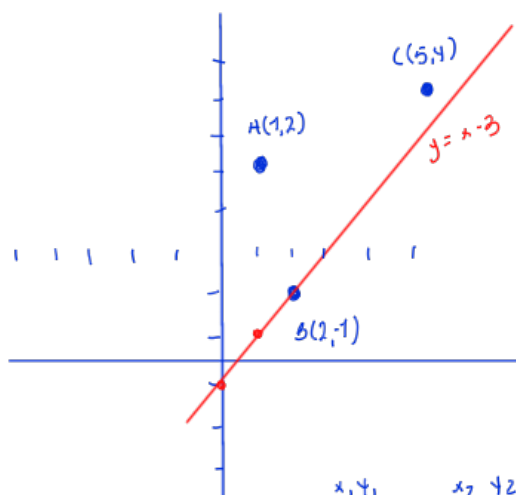
✗ $x = \frac{9}{4}$ $\frac{1}{2} \ln 16 + 2 \ln\left(\frac{9}{4} - 3\right) - \ln \frac{9}{4} = 0$
 $\frac{9}{4} - 3 = -\frac{3}{4} < 0$ # por tanto $x = \frac{9}{4}$ no es válida

PROBLEMA 2

En el plano cartesiano se consideran los puntos $A = (1,2)$, $B = (2,-1)$ y $C = (5,4)$.

a) (Se calificará de 0 a 5 puntos). Obtener la ecuación de la recta r que pasa por A y corta en B a la recta $y = x - 3$.

b) (Se calificará de 0 a 5 puntos). Obtener la distancia del punto C a la recta r .



$$y = x - 3 \quad \begin{array}{c|cc} x & 0 & 1 \\ \hline y & -3 & -2 \end{array} \quad \begin{array}{l} x=0 \rightarrow y = 0-3 = -3 \\ x=1 \rightarrow y = 1-3 = -2 \end{array}$$

a. vamos a calcular la ecuación de la recta que pasa por A y por B en forma explícita: $y = mx + n$

recordemos como calcular la forma explícita de la recta que pasa por A y por B . Dadas dos puntos $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$:

pendiente $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ y para calcular n substituiremos por uno de

los dos puntos dados en la ecuación ordenada en el origen

$$y = mx + n \quad \begin{matrix} x_1, y_1 & x_2, y_2 \\ A(1,2) & B(2,-1) \end{matrix}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-2}{2-1} = \frac{-3}{1} = -3 \rightarrow m = -3$$

$$\rightarrow 2 + 3 = n \rightarrow n = 5 \quad ; \quad r: y = -3x + 5$$

$$y = -3x + n \rightarrow 2 = -3 \cdot 1 + n \rightarrow 2 = -3 + n$$

b. Dadas un punto $P(a,b)$ y una recta $r: Ax + By + C = 0$ = forma general de la recta

$$d(P, r) = \frac{|A \cdot a + B \cdot b + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

pasamos, en primer lugar nuestra recta a forma general y ahora aplicamos la fórmula

$$d(C, r) = \frac{|3 \cdot 5 + 4 \cdot (-5)|}{\sqrt{(-3)^2 + 1^2}} = \frac{|15 - 20|}{\sqrt{9 + 1}} = \frac{|-5|}{\sqrt{10}} = \frac{5}{\sqrt{10}} \rightarrow d(C, r) = \frac{10}{\sqrt{10}}$$

PROBLEMA 3

a) (Se calificará de 0 a 5 puntos). Calcular $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3+8}{x^2-4}$.

b) (Se calificará de 0 a 5 puntos). Obtener la derivada de $f(x) = \frac{x^3+8}{x^2-4}$.

a. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3+8}{x^2-4} = \frac{(-2)^3+8}{(-2)^2-4} = \frac{-8+8}{4-4} = \frac{0}{0} = \text{Indeterminación}$ $\rightarrow$ $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x^2-2x+4)}{(x+2)(x-2)} =$
factorizamos numerador y denominador
 $= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-2x+4}{x-2} = \frac{(-2)^2-2 \cdot (-2)+4}{-2-2} = \frac{4+4+4}{-4} = \frac{12}{-4} = -3 \rightarrow \boxed{\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3+8}{x^2-4} = -3}$
substituímos x por -2

⊗ $\left(\begin{array}{c|ccc} 1 & 0 & 0 & 8 \\ \hline & -2 & 4 & -8 \\ \hline 1 & -2 & 4 & 0 \end{array} \right) \quad x^3+8 = (x+2)(x^2-2x+4) \quad ; \quad x^2-4 = (x^2)^2 - 2^2 = (x+2)(x-2)$
recordar cambiar el signo al factorizar
 $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

b. $f(x) = \frac{x^3+8}{x^2-4} \rightarrow f'(x) = \frac{3x^2 \cdot (x^2-4) - (x^3+8) \cdot 2x}{(x^2-4)^2} = \frac{3x^4 - 12x^2 - (2x^4 + 16x)}{(x^2-4)^2} =$
 $= \frac{3x^4 - 12x^2 - 2x^4 - 16x}{(x^2-4)^2} = \frac{x^4 - 12x^2 - 16x}{(x^2-4)^2} = \frac{x(x+2)^2(x-4)}{(x+2)^2(x-2)^2} = \frac{x(x-4)}{(x-2)^2} \rightarrow \boxed{f'(x) = \frac{x(x-4)}{(x-2)^2}}$
factorizamos
quedamos a este punto de la derivada ya está hecha pero vamos a seguir para dejarla simplificada

⊗⊗ $\left(\begin{array}{c|ccc} 1 & 0 & -12 & -16 \\ \hline -2 & -2 & 4 & 16 \\ \hline 1 & -2 & -8 & 0 \\ \hline -2 & -2 & 8 & \\ \hline 1 & -4 & 0 & \\ \hline 4 & 4 & & \\ \hline 1 & 0 & & \end{array} \right)$
hemos aplicado el método de Ruffini para los divisores del término independiente
 $p(-16) = \{ \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8, \pm 16 \}$
recordar cambiar los signos de las raíces al factorizar
 $(x^2-4)^2 = ((x^2)^2 - 2^2)^2 = ((x+2)(x-2))^2 = (x+2)^2(x-2)^2$

PROBLEMA 4

- a) (Se calificará de 0 a 6 puntos). Calcular $\int (x^3 + 2x + 1) dx$
 b) (Se calificará de 0 a 4 puntos). Encontrar el área limitada por la curva $y = x^3 + 2x + 1$ y las rectas $y = 0$, $x = 1$ y $x = 2$.

$$a. \quad I = \int (x^3 + 2x + 1) dx = \int x^3 dx + \int 2x dx + \int 1 dx = \frac{x^{3+1}}{3+1} + 2 \frac{x^{1+1}}{1+1} + 1x + C =$$

$$= \frac{x^4}{4} + \frac{2x^2}{2} + 1x + C \rightarrow I = \frac{x^4}{4} + x^2 + 1x + C$$

$\left(\begin{array}{l} \int ax^n dx = \frac{ax^{n+1}}{n+1} + C \\ \int a dx = ax + C \end{array} \right)$

b. $y = x^3 + 2x + 1$, $y = 0$; $x = 1$ y $x = 2$

para calcular el área pedida, en primer lugar comprobaremos si nuestra curva corta al eje x (sea $y = 0$)
 ya que esto nos obligaría a separar el área en varios recintos. para ello igualaremos la función a cero y
 resolveremos la ecuación: $x^3 + 2x + 1 = 0$ aplicamos Ruffini para los divisores del término independiente $D(1) = 1 \pm 1$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ & -1 & -1 & 1 & -3 \\ \hline & 1 & -1 & 3 & -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ & -1 & -1 & 1 & -3 \\ \hline & 1 & -1 & 3 & -2 \end{array}$$

luego no tiene raíces enteras y por tanto la función no corta al eje Ox ($y = 0$)
 en $[1, 2]$

por otro lado, dado que la función es polinómica de tercer grado y su representación gráfica requeriría un estudio completo fuera de nuestro nivel y que requeriría tiempo aplicaremos el valor absoluto a la integral del cálculo del área que nos asegurará que el resultado sea estrictamente positivo

$$\text{Área} = \left| \int_1^2 (f(x) - 0) dx \right| = \left| \int_1^2 (x^3 + 2x + 1) dx \right| = \left| \left[\frac{x^4}{4} + x^2 + x \right]_{x=1}^{x=2} \right| =$$

regla de Barrow

$$= \left| \left(\frac{2^4}{4} + 2^2 + 2 \right) - \left(\frac{1^4}{4} + 1^2 + 1 \right) \right| = \left| 10 - \frac{9}{4} \right| = \frac{31}{4} u^2$$

PROBLEMA 5

(Se calificará de 0 a 10 puntos). Una pequeña fábrica de quesos artesanales está probando una nueva técnica de maduración. El maestro quesero está interesado en analizar el tiempo de maduración hasta alcanzar el estado óptimo de los quesos que produce. Se han seleccionado al azar 6 quesos de la última remesa y se han medido cuántos días han necesitado para alcanzar su punto óptimo, siendo estos: 28, 32, 29, 31, 28 y 32. Calcular el tiempo medio de maduración y su desviación típica.

Este último ejercicio pertenece al bloque de **Estadística Descriptiva**. En él nos piden el cálculo de:

- Tiempo medio de maduración que corresponde a la media muestral, $(\bar{x})$. Este valor nos indica el número de días 'promedio' que necesita un queso para madurar.
- La desviación típica, (s) , nos dice cuánto se alejan los datos reales de esa media. Si la desviación típica es muy baja, significa que el proceso es estable y casi todos los quesos maduran a la vez. Si es muy alta, el proceso es inestable y cada queso va a su ritmo.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{28 + 32 + 29 + 31 + 28 + 32}{6} = \frac{180}{6} = 30 \rightarrow$$

$$\bar{x} = 30$$

El tiempo promedio de maduración de la muestra es de 30 días.

para calcular la desviación típica debemos calcular la varianza s^2 :

$$s^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{28^2 + 32^2 + 29^2 + 31^2 + 28^2 + 32^2}{6} - 30^2 = \frac{5418}{6} - 30^2 =$$

$$= 903 - 900 = 3 \rightarrow s^2 = 3 \rightarrow s = \sqrt{3} \approx 1,73 \rightarrow$$

$$s = 1,73$$

La variación de la maduración es apenas de 1,73 días arriba o abajo con lo cual es un proceso de maduración bastante controlado y regular.